

Cinématique Graphique



S si

Cours

1. Vitesse :

1.1. Définition :

La vitesse met en évidence une notion de rapidité en mettant en rapport la distance parcourue avec le temps mis à la parcourir. L'unité SI de mesure de la vitesse est le mètre par seconde : m/s.

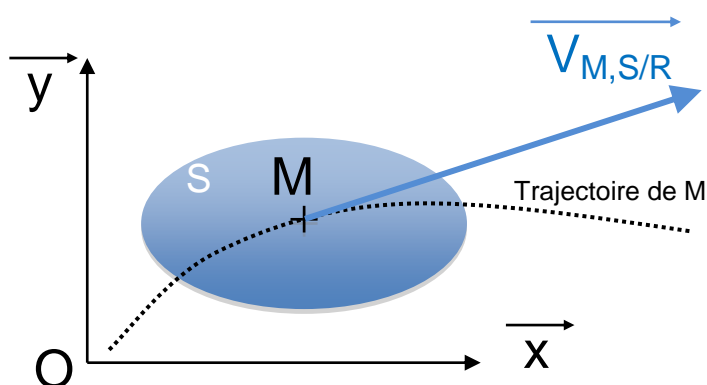
Il faut ici faire la différence entre vitesse moyenne et vitesse instantanée :

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{temps de parcours}} \neq \text{Vitesse instantanée}$$

1.2. Vecteur vitesse :

On définit le vecteur vitesse du point M appartenant au solide S par rapport au repère R :

- **Direction (support)** : tangente à la trajectoire
- **Sens** : vers le mouvement
- **Norme** : intensité de la vitesse en m/s



2. Champs des vecteurs vitesses :

2.1. Mouvement de translation :

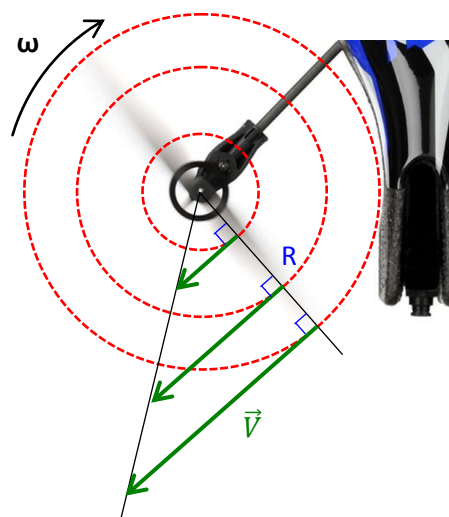
Dans un mouvement de translation, tous les points ont la même vitesse. Le champ des vecteurs vitesse est uniforme.



2.2. Mouvement de rotation :

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, or la trajectoire d'un point d'un solide en rotation est un cercle donc le vecteur vitesse est perpendiculaire au rayon.

Plus le point étudié est éloigné du centre de rotation, plus sa vitesse instantanée V est grande et ceci de façon proportionnelle. Le champ des vecteurs vitesse est triangulaire.



Relation :

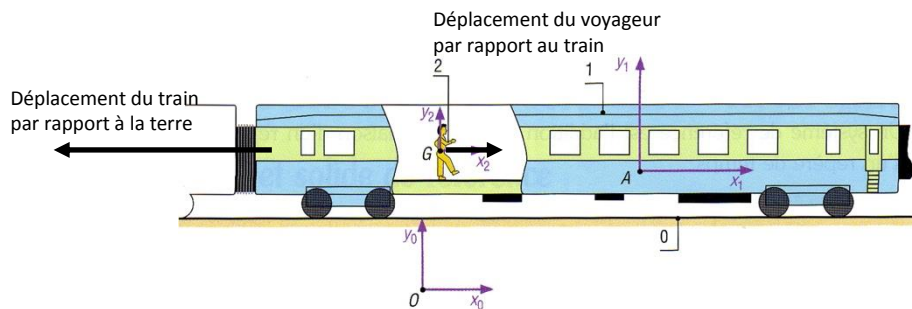
$$V = \omega \cdot R \text{ avec :}$$

- V : norme du vecteur vitesse en m/s
- ω : vitesse de rotation en rad/s
- R : rayon en m

3. Composition de mouvements :

3.1. Exemple :

Prenons l'exemple d'un voyageur se déplaçant dans un train.



On suppose que les mouvements sont des translations rectilignes uniformes :

- la vitesse du train par rapport à la terre est de 120 km/h,
- la vitesse du voyageur par rapport au train est de 3 km/h.

Quelle est la vitesse du voyageur par rapport à la terre ?

Vitesse du train / terre - vitesse du voyageur / train = 120 - 3 = 117 km/h vers la gauche.

Le mouvement du voyageur par rapport à la terre résulte de la composition du mouvement du voyageur par rapport au train et du train par rapport à la terre.

3.2. Loi de composition des vitesses :

Théorème : soit un point B appartenant à un solide $\underline{2}$, en mouvement par rapport à un solide $\underline{3}$. Le solide $\underline{3}$ est également en mouvement par rapport à un solide de référence $\underline{0}$. Considérons le point B appartenant au solide $\underline{2}$. En B, nous pouvons écrire :

$$\vec{V}_{B,2/0} = \vec{V}_{B,2/3} + \vec{V}_{B,3/0}$$

Remarques :

$\vec{V}_{B,2/0}$ est appelée *vitesse absolue*, $\vec{V}_{B,2/3}$ *vitesse relative* et $\vec{V}_{B,3/0}$ *vitesse d'entraînement*.

On peut écrire cette relation avec autant de solides que l'on veut. Pour 4 solides (repérés $\underline{0}$, $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$) :

$$\vec{V}_{B,2/0} = \vec{V}_{B,2/3} + \vec{V}_{B,3/1} + \vec{V}_{B,1/0}$$

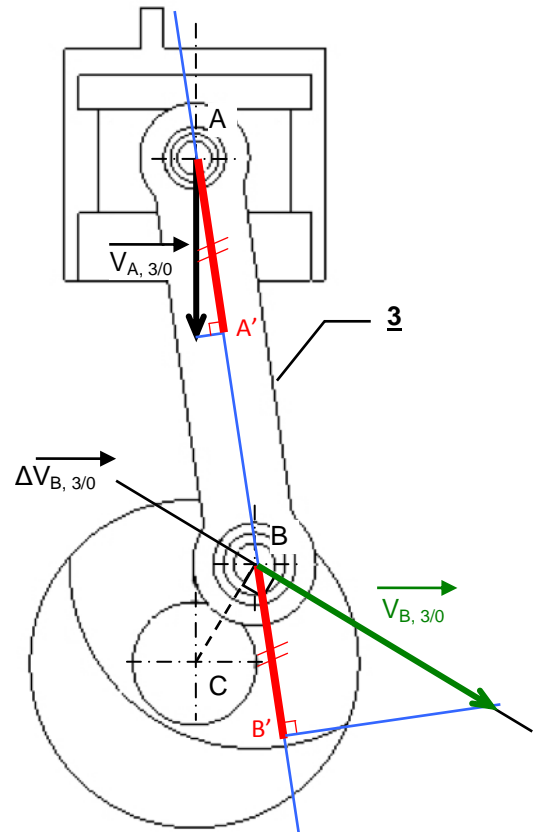
4. Equiprojectivité :

4.1. Définition :

Soient A et B deux points d'un même solide $\underline{3}$ et $\vec{V}_{A,3/0}$ et $\vec{V}_{B,3/0}$ les vecteurs vitesse respectifs. La projection orthogonale de $\vec{V}_{A,3/0}$ sur (AB) est *égale* à la projection orthogonale de $\vec{V}_{B,3/0}$ sur (AB).

4.2. Construction :

1. S'assurer d'être en présence d'un vecteur vitesse complet et d'un support de vecteur vitesse. Les 2 vecteurs vitesse doivent appartenir à la même pièce et le solide de référence doit être le même.
2. Construire la droite passant par les points d'application des vecteurs vitesse considérés : $\vec{V}_{A,3/0}$ et $\vec{V}_{B,3/0}$;
Droite (AB).
3. Projeter orthogonalement le vecteur connu sur la droite (AB). On obtient le segment AA'.
4. Construire BB' avec AA' ≡ BB'. Le sens A vers A' doit être le même que le sens B vers B'.
5. Construire $\vec{V}_{B,3/0}$, grâce à sa projection orthogonale et à son support $\Delta \vec{V}_{B,3/0}$.



5. Centre instantané de rotation (CIR) :

5.1. Définition :

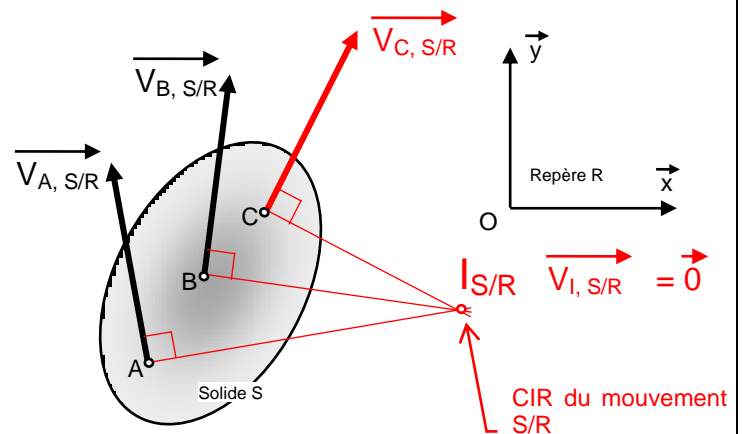
Pour tout solide S en mouvement plan par rapport à un repère R, il existe un point I et un seul, ayant une vitesse nulle ($\vec{V}_{I,S/R} = \vec{0}$) à l'instant t considéré et appelé Centre instantané de rotation ou CIR.

Le CIR possède les propriétés d'un centre de rotation à l'instant (t) considéré. A l'instant suivant ($t'=t+\Delta t$), il y a de fortes chances pour que le CIR ait changé de position.

5.2. Détermination et construction du CIR :

En tant que centre de rotation,

le CIR est situé à l'intersection
des perpendiculaires aux
supports des vecteurs vitesses du
solide.....



5.3. Détermination des vecteurs vitesses grâce au CIR :

Puisque I est le Centre Instantané de Rotation, nous pouvons en déduire que :

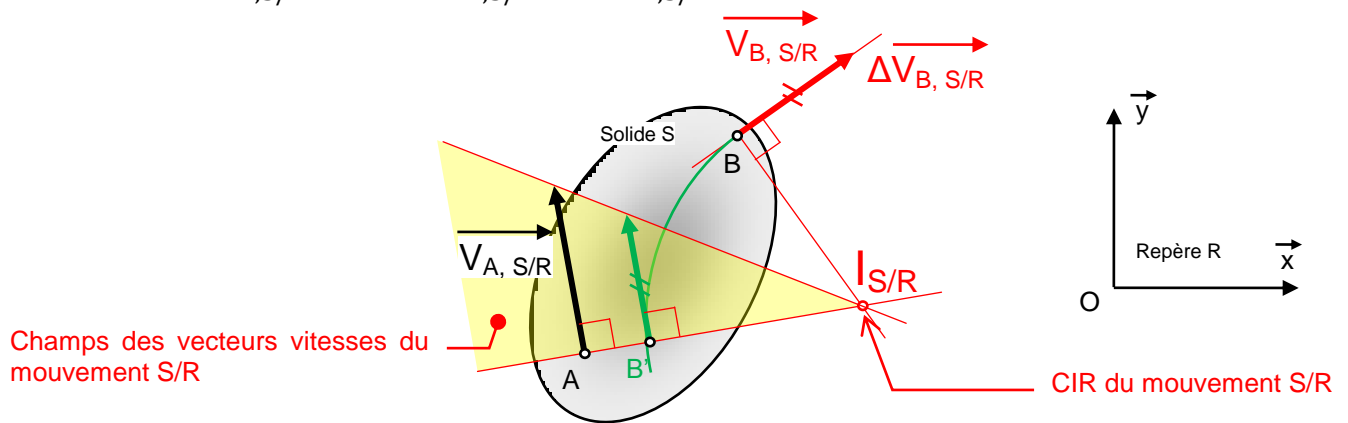
$$\|\vec{V}_{A,S/R}\| = IA \times \omega_{S/R} \text{ et } \|\vec{V}_{B,S/R}\| = IB \times \omega_{S/R} \text{ Donc } \frac{\|\vec{V}_{A,S/R}\|}{\|\vec{V}_{B,S/R}\|} = \frac{IA \times \omega_{S/R}}{IB \times \omega_{S/R}} = \frac{IA}{IB}$$

Soit finalement $\|\vec{V}_{A,S/R}\| = \frac{IA}{IB} \times \|\vec{V}_{B,S/R}\|$

IA/IB est le coefficient directeur du champ des vecteurs vitesses

Grâce à cette relation, nous sommes capables de déterminer la norme d'une des vitesses inconnues.

Exemple : Déterminer $\vec{V}_{B,S/R}$, à partir de $\vec{V}_{A,S/R}$ et de $\Delta\vec{V}_{B,S/R}$ (support du vecteur vitesse) :



5.4. Le CIR et les Mouvements Particuliers :

Lorsqu'une pièce subit un **mouvement de translation**, le CIR est rejeté à « l'infini ». De toute façon, il n'y a pas de quoi s'affoler, car dans un mouvement de translation tous les points ont la même vitesse.